



TITLE:

教育数学から見た『算術條目及教授法』(数学教師に必要な数学能力に関連する諸問題)

AUTHOR(S):

蟹江, 幸博; 佐波, 学

CITATION:

蟹江, 幸博 ...[et al]. 教育数学から見た『算術條目及教授法』(数学教師に必要な数学能力に関連する諸問題). 数理解析研究所講究録 2013, 1828: 1-49

ISSUE DATE:

2013-03

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/194797>

RIGHT:

教育数学から見た『算術條目及教授法』

三重大大学教育学部 蟹江幸博 (Yukihiro Kanie)

Faculty of Education, Mie University

鳥羽商船高等専門学校 佐波 学 (Manabu Sanami)

Toba National College of Maritime Technology

目 次

はじめに	2
1 藤澤利喜太郎と『算術條目及教授法』	4
1.1 藤澤利喜太郎について	4
1.2 『算術條目及教授法』執筆に至る経緯	5
1.3 明治期の学校教育における“算術”	5
1.4 『算術條目及教授法』の構成と條目	6
2 教育数学の枠組	6
2.1 教育数学の「教育」	7
2.2 教育数学の「数学」	9
2.3 MLA (数学言語習得) の基本類型	16
3 教育数学から見た『算術條目及教授法』	22
3.1 議論の枠組の設定	22
3.2 共同体との関係性	23
3.3 MLA との関係性	24
3.4 教育数学と『算術條目及教授法』	26
参考文献	26

付 録	29
A 『算術條目及教授法』の目次と條目	29
A.1 『算術條目及教授法』の目次	29
A.2 『算術條目及教授法』の條目	30
B 『算術條目及教授法・要約』抜粋	32
B.1 『算術條目及教授法・要約』の作成について	32
B.2 緒 言	33
B.3 第一編・第一節 普通教育中数学科の目的	34
B.4 第一編・第二節 算術科目的の特殊なること	35
B.5 第一編・第七節 本邦に於ける算術の来歴	37
B.6 第一編・第八節 所謂理論流儀算術の本邦普通教育に不適 当なること	39
B.7 第一編・第九節 所謂理論流儀算術の本邦普通教育上に於 ける弊害	43
B.8 第二編・第二節 数学の定義を算術中より除くべきこと	45
B.9 第二編・第三節 定 義	47

はじめに

藤澤利喜太郎の『算術條目及教授法』¹は、日本の数学教育史上、重要な著作の一つに位置づけられる。この著作の議論の直接の対象であった（旧制）中学校の算術科は現行の教育課程から姿を消したが、この著作は、けっして過去の遺物ではなく、特に教師教育の観点からは、今も学ぶべき多くの知見を含んでいる。

しかし、『算術條目及教授法』は、時代の経過に伴う前提知識の希薄化や、著述方式の難解さもあって、我々にとって、必ずしも読みやすい書物ではない。したがって、この著作を現在に活かすためには、その目的に合わせて、この書を読み解くという工夫が必要となる。

¹参考文献 [3]。なお、この著作は、国立国会図書館の近代デジタルライブラリーからダウンロード可能である。

本共同研究の12月集会では、そうした工夫の一つとして、「教育数学²的な観点をいくつか設定し、その観点から『算術條目及教授法』という著作を読み解く」という試みについて報告した。

本稿は、集会以降に整理した“教育数学”の枠組を設定し、その道具立てのもとで『算術條目及教授法』の解釈を試みたものであり、したがって、集会時の報告そのものではなく、その後の進展を含めてまとめたものになっていることをご寛恕願いたい。

『算術條目及教授法』と教育数学の類型

本稿の内容について、もう少し詳しく述べてみる。

そもそも、『算術條目及教授法』は、明治二十年代に流行した算術教育の一潮流である「理論流儀算術³」の批判^{クリティーク}を通じて、日本の学校教育に相応しいと藤澤が考える算術科課程の“設計図”の作成を目的とした著作である。ただ、話題が多岐にわたることや、同一主題に対しても多様な水準の論法が混在している等々の要因もあって、漫然と読んでいては、「理論流儀算術」の何を問題とし、藤澤の創案で、どこが改善されているかすら、判然としない感のあるものになっている。

我々は、この著作の検討に当たり、最初に、全編の要約⁴を作成した。次に、この要約に基づいて、藤澤の多様な論法の分析を実行した。その結果、この『算術條目及教授法』の大枠を把握するには、教育数学が提示する“基本類型”を言葉として用いると便利なことに気づいた。一例を挙げれば、『算術條目及教授法』の中心的な主張は、「理論流儀算術と藤澤の提案する算術は、教育数学的に、異なる基本類型をもつ」と表現することができる。このように、藤澤の議論の多くの部分は、教育数学的な枠組で捉えることで、その輪郭を明確なものにできるし、逆に、『算術條目及教授法』が我々の構想する教育数学の“肉付け”に役立つと考えるようになった。

²“教育数学”とは、「数学を教育的な観点から眺めることにより、数学と教育に関する様々な知見を得ること、および、そうした知見を数学や教育の実践に役立てることを目的とする営み」の総称として、ここ数年来、我々が提唱しているものである。[14]、[15]、[16]を参照されたい。

³寺尾寿が、東京物理学講習所（当時）における講義をもとに、1888年に編んだ『中等教育算術教科書』が有名である。

⁴我々が作成したこの『算術條目及教授法・要約』は、本報告書の判型で、おおよそ80ページほどの文書である。なお、本稿の付録に、その抜粋を採録した。

本報告は、教育数学の基本的な枠組を紹介した上で、基本的な類型を用いて『算術條目及教授法』の内容の整理を試みたものである。

本稿の構成

本稿は、藤澤利喜太郎と『算術條目及教授法』に関する基本的な事項についてまとめた第一章、教育数学の枠組を紹介する第二章、そして、その枠組の下で『算術條目及教授法』について検討する第三章からなる。また、付録として、『算術條目及教授法』の目次と條目、そして、『算術條目及教授法・要約』の、本文の議論に必要な部分の抜粋が添付してある。

1 藤澤利喜太郎と『算術條目及教授法』

1.1 藤澤利喜太郎について

まず、藤澤利喜太郎の略歴を述べておこう。

藤澤利喜太郎は、1861年、新潟に生れた。父親は、旧幕臣で、維新後は新政府に仕え、内務省社寺局長を務めている。

1871年、藤澤は、東京大学理学部に入り物理学を専攻する。その後、1883年に英独両国へ留学を命じられ、1886年、ストラスブルグ大学で学位取得、1887年、帰国して、帝国大学⁵理科大学教授に任ぜられる。

その後は、菊池大麓と共に日本の“数学”の基礎作り、あるいは生命保険や簡易保険の日本への導入、金融政策や選挙制度の研究等、公私にわたる多様な活動を行い、1933年に死去した。

なお、初等中等教育に関係する主要な経歴としては、1889年に理科大学簡易講習科の算術科担当、1890年に尋常中学校教員講習会委員、そして、1891年からは教員検定試験委員を歴任している。また、本稿の主題である『算術條目及教授法』や、それに基づく『算術教科書』、あるいは、『初等代数学教科書』や『続初等代数学教科書』といった中等教育用の教科書の執筆も行っている。

藤澤の活動の一端については、例えば、[13]を参照願いたい。

⁵東京大学の当時の名称。

1.2 『算術條目及教授法』執筆に至る経緯

本稿が考察の対象とするのは、藤沢利喜太郎の『算術條目及教授法』という著作である。藤澤が『算術條目及教授法』執筆に至った経緯については、同書の緒言に詳しい⁶。

この緒言によれば、当初、藤澤に“算術教育について関わることを慫慂したのは、数学教員をしていた門人知友であったという。藤澤自身も、各種の学校における“算術”の授業の視察を繰り返すうち、「其の條目教授法の混沌錯乱」している様が自身の予想を越えていることに危機感を抱くようになり、算術教育への本格的な取組みを志すことになる。

その後、藤澤は、「本邦算術の来歴を調査し、諸外国算術教科書を参考し、各種の学校に於ける算術教授の實際を観察」した結果、算術教育について「稍々自得するところ」があったという⁷。さらには、現場教員の意見を求めるため、明治23年に解説された文部省尋常中学校教員講習会において算術科の講師を引き受ける。

こうした努力の成果を公にするための著述を志した藤澤は、考案七年、三度稿を起こした著作として、明治28年、『算術條目及教授法』([3])の上梓にいたったという。

1.3 明治期の学校教育における“算術”

幕末から明治中期にかけての“算術”の“歴史”については、『算術條目及教授法』の第一篇・第七節に、同時代人である藤澤の記述がある⁸。また、当時期の学校制度の概要については、『学制百年史』([19])が詳しい。

ここでは、以下の論述に重要と思われる次の二点に限って、事項の確認をしておきたい。

二種類の“算術”

明治期の学校教育における“算術”には、二通りの意味があった。一つは、初等教育（小学校）の科目としての“算術”であり、他方は、中等

⁶本稿の付録 B.2 を参照のこと。

⁷藤澤は、数学に限定されない、一般的な“教育学”についても、外国の各種文献を取り寄せて、深く攻究している。その研鑽は、やがて、藤澤独自の“数学的教育学”の構想へとつながっていく。その成果の一端は、藤澤の講義の筆記である [5] に窺われる。

⁸付録 B.5 を参照。

教育（中学校，師範学校，高等小学校，等々）の科目の“算術”である。そして，藤澤が『算術條目及教授法』で検討の対象としたのは，主として後者の，つまり，中等教育における“算術”であった⁹。

なお，小学校の算術は，もともと児童用の教科書がなく，教師用の教授書のみであったことを思い出しておこう¹⁰。

算術教育法の潮流

明治前半期における算術教育の潮流は，問題を多く解くことを重視する「三千題流」から，フランス算術の影響を受け，数や量の定義に拘り，整数論的な話題への嗜好性が強い「理論流儀算術」へと変化していった。そして，この理論流儀算術に異を唱えたのが，藤澤の『算術條目及教授法』ということになる。

1.4 『算術條目及教授法』の構成と條目

『算術條目及教授法』は，大きく，緒論，第一部の汎論，第二部の各論から構成されている。つまり，第一部で一般論を展開し，第二部では，“算術”で取り扱うべき項目（條目）の提案と，それぞれの項目に関する注意事項等が述べられている。

なお，『算術條目及教授法』の目次と，提案された條目の実際については，本稿の付録 A を参照願いたい。

2 教育数学の枠組

本節では，我々が現時点で想定している“教育数学”について，その大枠をまとめておきたい。なお，ここで提示するいくつかの概念は，第3節の教育数学的考察における鍵となるものである。

⁹『算術條目及教授法』で，藤澤は，初等教育の“算術”を“算術初歩”と呼び，中等教育の“算術”に関係する範囲においてのみ，考察をしている。

¹⁰明治38年から刊行された『尋常小学算術書』（国定教科書）については，当初は教師用のみであったが，明治40年からは，3年生から6年生についての児童用も発行されるようになった。いずれにしろ，小学校，特に低学年，の生徒のような発達段階に依存することの大きい世代には，教師の裁量を大きくする方が良いという考え方であり，一つの見識といえるかもしれない。

2.1 教育数学の「教育」

「教育数学」の基本的な立場は、「教育」の観点から「数学」を見ることにある。それでは、この観点としての「教育」とは、どのような「教育」なのだろうか。

2.1.1 共同体中心的立場

教育をどういうものと見なすかについては、大きく二つの立場が考えられるだろう。

一つは、“**個人中心的立場**”とでも称すべきもので、「教育とは、ひとりひとりの人間の、個性や人格、人間性といったものの発達を支援する営みである」と考える。この立場では、人間を育てるために「どう教えるか（方法）」が重要とされ、「何を教えるか（教材）」は副次的なものともみなされることもある。

他方は、個人ではなく、国家、地域社会、職能集団等々の、しかるべき「人間の集団」を主体にして捉えるものである。（以下、そうした集団を、一般的に、“**共同体 (community)**”と呼ぶことにする。）

この立場では、「教育とは、共同体を成立あるいは維持・変化させるために、構成員が共有すべき要素を顕わにする (explicate) こと、そして、そうした要素を構成員（もしくはその候補者）に浸透させる (permeate) ことである」と考えることになる。この場合、「共有されるべき要素は何か」という意味での「何を教えるか」が、「どう教えるか」に先立って問われることになる。

後者の立場を、我々は、“**共同体中心的立場**”と呼び、教育数学の「教育」として、この「共同体中心」の立場を採用することにしたい¹¹。

2.1.2 教育の機能

上述の共同体中心的立場では、教育に、「構成員が共有すべき要素を顕わにすること」と、「そうした要素を構成員に浸透させること」の二面が

¹¹もちろん、この「個人中心的立場」と「共同体中心的立場」は、まったく別のものというわけではない。実際には、“人間”と“共同体”は切り離せないものであるから、個人を中心にするか共同体が中心かは、“教育”というものを、中から見るか、外から見るかという、いわば視点の差によるものに過ぎず、いずれも、その周辺部に他方の要素を含むことになる。

あると考えた。今、この両面を、教育の二つの機能と捉える。つまり、構成員に共有されることが必要な要素を顕在化させる機能と、そうした要素を浸透させる機能である。前者の機能を「顕在化機能」、後者を「浸透化機能」と、本稿では、仮に、呼ぶこととしたい。

なお、「浸透化機能」の方は、直接的には、共同体の個々の構成員（もしくは候補者）に作用するものであることを注意しておこう。

教育数学の目的の一つは、「教えるべき数学とは何か」を、共同体に依存する形で、いわば原理的に、“明らか”にすることであると考えている。これは、教育の「顕在化機能」の発現に関わる事柄である。また、そうした数学を「どう教えるか（教育の方法）」といった問題は、「浸透化機能」の発現に関わることになる。

2.1.3 教育の基盤としての“共同体”

教育数学の基本的な考え方は、「共同体中心的な立場の教育」という観点から数学を捉えることにある。したがって、この場合の「教育」は、まず、何らかの「共同体」を基盤にもつことになる。あるいは、あくまで理念的にはあるが、「共同体ごとに教育」があるといっても良い。

ここで、いくつか、例を挙げておこう。

“日本社会”における教育を論じるとき、例えば、“学校教育”に範囲を限定して考察することが有用な場合があるだろう。このとき、例えば、小学校¹²なり、中学校なりを、一つの単位として取り上げてみると、それぞれを、それぞれの教育目標なり教育方法を備えた、生徒と教職員等々からなる“共同体”として捉えることができる。

もちろん、小学校や中学校を“教育に関して閉じた共同体”と考えることは、そうした学校を取り巻く様々な“環境”との相互作用を捨象しているという意味で、一種“仮想的¹³”なものである。

なお、基礎教育と職能教育の関係、初等教育と中等教育の関係、等々を問題にする際の方法の一つとして、共同体と部分共同体を区別することが考えられる。つまり、それぞれの共同体ごとに“教育”を考え、次い

¹²もう少し正確に述べれば、この“小学校”という言葉で、日本全体や県といった、ある地域の小学校全体の集合体（その特殊な場合として、一校のみの小学校も含めて）を考えている。

¹³教育数学の立場では、“仮想的”というより、むしろ、“理念的”ということになる。

で、包含する、あるいは包含される、諸々の共同体（の教育）との関係性について論じるという方法である。

また、学校制度を離れて、しかるべき“職能集団”も、“その上で教育を論じることの意味を有する”ような“共同体”に含めることができるだろう。工学技術者なり数学者なり“集団”は、このような“共同体”と考える方が良いかもしれない。もちろん、“工学技術者の数学”や“数学者の数学”は、こうした共同体で教育（つまり共有化）の対象となる“数学”であると捉えられることになる。

2.1.4 教育数学における「教育」

以上、まとめれば、教育数学における「教育」とは、「共同体構成要件の一種で、共同体の構成に必要な要素の顕在化と浸透化の二つの機能をもつもの」のこととなる。

なお、そうした「機能」が、具体的にどのような機構で実現されているかは、やはり共同体に依存する。これについても、例えば、普通教育の理念や学校というシステムといった“大きな層^{レベル}”から、特定の教科の特定の時限の指導目標や授業の方法といった“小さな層”まで、それなりの階層構造を持っていると考えるべきであろう。

最後にひとこと述べておくなら、以上の見方は、あくまで共同体中心的立場に立った、一つの捉え方に他ならない。教育を受ける個人の立場に立てば、自分が属する“共同体”なるものは、必ずしも構造化されていない複数個のものが重なった形状をもつことになる。

2.2 教育数学の「数学」

2.2.1 数学の基本要素と共同体への依存性

次に、数学と共同体との関係について、少し原理的なことを考えてみたい。最初に、自然数を題材として、数学の基本的な要素と共同体との関係を例示してみる。

数 年・月・日などの周期的現象における繰り返しの回数や、果実や家畜について、個々の形状や性質を捨象して個数を捉えること、つまり、

“数える”という行為と、その結果について何がしかの“表象”を得ることは、人間に普遍的な能力といっても良いだろう。つまり、これは、“共同体”に依存するようなことではないと考えられる。

数詞 実際に“数える”際や、“数えた結果”を記憶し提示する際に用いられる「(話し言葉としての)数詞」は、行為者の属する共同体に依存する。もっとも、これは、本来的には、「数学」というより、「自然言語」に関係する事項と考えるべきかもしれない¹⁴。

記数媒体 “数えた結果”を“外部で視覚的¹⁵”に記録する「媒体」を考えてみよう。この「記数媒体」は、我々にとって標準的な“数字”以外に、指の折り方、木の刻み目、縄の結び目、等々も含意する。

こうした「記数媒体」も、しかるべき共同体に依存する。つまり、その共同体の構成員の間での“約束事”として、意味内容が共有されているものである。なお、この「記数媒体」を共有する共同体は、「数詞」を共有する共同体と、一般には、一致しない。

記数法 大数を表現するためには、基数を形成するいくつかの“記数媒体”と、十進なり、十二進、二十進、五進、六十進（あるいはそれらの混合）等々の様々な「記数法」を用いることになる。より具体的には、木片への多種類の刻み目の使用、種々に分岐する結び目の作り方であるとか、さらには、算盤などが考えられる。もちろん、インド＝アラビア数字を用いた位取り記数法も、その一種である。

こうした種々の「記数法」は、あくまで、しかるべき「記数媒体」の使用を前提としており、したがって、そうした「記数媒体」を“共通に用いること”が了解されている共同体に依存することになる。

以上、いくつか、基本的な例を挙げてみた。ここで、数学の諸要素と共同体との関係性について、上述の諸例から見て取れることを一般化すれば、次のように述べることができるだろう。

第一に、個々の人間にとって、自分を取り囲む“世界”から“数学的な

¹⁴ “数詞”の扱いの難解さについては、脚注 25 を参照のこと。

¹⁵ “指の折り方”等、例外的に触覚的と捉えることも可能なものも含む。要点は、自然言語の聴覚性と対立的なことにある。

表象^{アイデア}”を「心的に“分節”する」ことが能力的に可能であることと、それらを「他者¹⁶にも了解可能な形態に“表現”する」ことは、別種のことである。

そして、第二は、前者が普遍的なものであるのに対し、後者は、そうした了解の仕方を共有する“共同体”に依存することである。つまり、数詞や数字・記数法等々は、“数学的な表象”を共同体の構成員が共有するための、つまり、構成員がそうした表象を他者（共同体の他の構成員）に伝達可能な形態に表現するための、“約束事（規約・慣習）”であると考えられるべきものである。

もちろん、数字や記数法は、あくまで“数学”を表現するための手段、例えて言えば「言葉」にすぎず、“数学”そのものではないと考えることもできる。しかし、数字や記数法といった“要素”なしに“数学”を他者に伝えることができないこと、したがって、“数学”を人類の共有の財¹⁷として保持することができないということも、確かであろう。

2.2.2 数学を共有する仕組み

教育数学の“教育”は、“共有化”を主題とするものであった。したがって、教育数学の基盤として考究すべき最初の対象は、上述のような“共有化のために数学を表現する仕組み”であると考えられる。それでは、“共有化のために数学を表現する仕組み”とは、実際には、どのようなものと捉えれば良いのだろうか。

素朴^{プリミティブ}社会における数学の形態を観察してみれば、人間の“数学的活動”を営むための不可欠の要素は、“数”を表現する「記数媒体」のような“数学シンボル¹⁸”と、そうしたシンボルの操作を指示する「加える、減ずる、分ける」等々の「(声音的)言葉」であることがわかる。また、“数学”の実際の使用においては、そうしたシンボルや操作が具体的な意味を付与される“状況^{コンテキスト}”が存在するが、それぞれの状況におけるシンボルや操作、あるいは操作の結果、についても、通常、何らかの意味で“言語化”される必要がある。

¹⁶自己省察的な思考のためには、この他者は自分自身であることも含意する。

¹⁷文化的な構成物を公にする^{パブリッシュ}ことは、現在ないし未来の不特定の他者へ伝達することであると考えられる。

¹⁸この用語の意味については、2.2.4節を参照のこと。

つまり、数学的な営みを共同体の構成員の間で共有するために必要な“要素”は、**数学シンボル** (*mathematical symbol*) と**自然言語**¹⁹ (*natural language*) ということになる。そして、“共有化のために数学を表現する仕組み”とは、“数学的な営み”という状況下において、この「数学シンボルと自然言語」を使用する“仕組み”と考えることができる。

2.2.3 数学の言語 — 共有記号系

結局のところ、我々が求めていたものは、「ある種のシンボルや言葉を数学に関係する状況下で用いる仕組み」に他ならないことがわかる。したがって、これは、ソシュールが「社会的コミュニケーションの状況下で言葉が使用される仕組み」を一般的な形で包含する理論として構想した、“**記号論**”の枠組で捉えることが適当と考えられる。

こうして、「共同体の構成員間で伝達・保持が可能なように数学を表現する仕組み」を、「しかるべき機能を実現し得る“構造”を備えた数学シンボルや言葉という“記号”からなる“記号系”」に基づくものとみなすことができる。以下、本稿では、そうした記号系を、共同体への依存性を強調して、“**数学の共有記号系** (*communal sign system for mathematics*)”と呼ぶ。また、誤解の恐れのない場合は、“**数学言語** (*mathematical language*)”とも言うことにする²⁰。

数学の共有記号系の詳細については別稿で扱う予定だが、ここで、以下の議論に必要な事項として、“数学シンボル”という用語について、簡単に触れておきたい。

¹⁹本稿では、“自然言語”という用語で、おおよそ、「無文字共同体における声音言語」を意味させるが、文脈によっては、文字化された言語も含意させることもある。いずれにしても、この場合、数学シンボルが主として視覚的媒体に由来するのに対し、自然言語の方は、聴覚的媒体に由来することになる。

なお、より厳密に述べれば、ここでの「自然言語」は、それぞれの“共同体の数学”との関係性で決定される“自然言語的”な“言語”（数学シンボル系に対し「基盤言語 (*underlying language*)」とでも呼ぶべきもの）とするべきなのだが、本稿では、簡単のため、「自然言語」と総称しておく。

²⁰“数学言語”という言葉は、本来の“言語”との類推が働き易いという利点がある反面、それとの混同が生じやすいという欠点がある。

2.2.4 “数学シンボル”について

“数学シンボル”の“シンボル (symbol)”という言葉は、デンマークの言語学者ルイ・イエルムスレウの用法を借用したものである²¹。

ソシュールの見解を継承したイエルムスレウは、“言語”と呼ばれるに相応しい記号系の特質として、その記号系を構成する個々の記号が、表現面と内容面のそれぞれについてしかるべき構造をもち、かつ、両面の結びつきが恣意的であることを重要視した。そして、そうした恣意性の成立しない“記号”を、ソシュールの言葉を採用して、“シンボル”と呼んだ²²。したがって、イエルムスレウにとっての“シンボル”は、言語の（少なくとも一次的な）構成要素としては認められないことになる。

これに対し、第2.2.1節で例として挙げた「記数媒体」の“本源的”な特徴は、それが記号の表現面でありながら、内容面の“数概念”と分離不能な結びつきをしているところにある²³。つまり、“表現面と内容面の恣意性のない結びつき”が実現していることになる。

以上のような事情で、我々は、「記数媒体」的な数学の要素を、「数学シンボル」と呼ぶことにした。こうして、結局のところ、数学言語（数学の共用記号系）は、数学シンボル系と自然言語²⁴の“融合系 (amalgamated system)”という性格をもつ特殊な“記号系”として特徴付けられることになる²⁵。

2.2.5 数学シンボルの性格

ところで、“数学シンボル”の、自然言語からの“自立”の程度については、さらに検討が必要となる。

²¹ 数学の公有記号系について精密な議論をするためには、言語を機能という観点から徹底的に分析したイエルムスレウ的な論法が必要であろうと考えている。イエルムスレウについては、文献 [11] を参照のこと。

²² イエルムスレウは独自の用語を用いており、ここで述べたことは、一つの解釈と思ってもらいたい。詳しくは、[11] の第 21 節を参照のこと。

²³ したがって、この場合、本来その表現面に過ぎない「記数媒体」自身を“記号”と同一視することが可能となる。

²⁴ 厳密には、自然言語ではなく、「基盤言語」である。（脚注 19 を参照。）

²⁵ 数詞に関係する語彙の文法的カテゴリー（品詞）の決定が難問であることは、よく知られている。このように、自然言語の枠内で“数詞”を捉えることの困難さは、“数詞”が、本来的には、自然言語と数学シンボルの融合系の中で捉えられるべきものであることの傍証と言えるかもしれない。

先に、「記数媒体」と“数概念”の結びつきを、“本源的”には不可分であると述べた。これは、単純化して述べれば、 \langle （概念としての）2 \rangle を「さん」と呼ぶことは可能だが、結び目が二個の縄で \langle 2 \rangle を表現することはできないということである。

それに対し、「数」とは、ものの集まりとしての集合のある種の同値類である」というように考える立場がある²⁶。つまり、“自然言語”の枠内で、“定義”という言語使用の制限則を適用することで、恣意性を制限した“記号”として \langle 数 \rangle を二次的に構成するという立場である。

我々は、双方の立場の正否を問題にするのではなく、それぞれを個々の記号系の性質の違いとして捉えることにしたい。具体的には、前者の立場の数学シンボルを、自然言語に包含され得ないという意味で、“一次的 (primary)”と呼ぶ。また、後者の数学シンボルは、自然言語から二次的に構成されているという意味で、“二次的 (secondary)”と呼ぶことにする。

この一次的と二次的の別は、数学言語（共用記号系）に含まれる数学シンボルの性格の違いを表わすものとみなされる。したがって、以下、含んでいる数学シンボルが一次的である数学言語を“**第一種 (primary class)**”，二次的な場合を“**第二種 (secondary class)**”と称することにする²⁷。

2.2.6 教育数学の「数学」

それでは、教育数学にとっての「数学」、つまり、教育的観点から見る「数学」とは、どのような数学だと考えれば良いのだろうか²⁸。

我々の立場では、「教育」とは、“共同体”の維持・発展のために必要な要素の顕在化と浸透化にかかわるものであった。したがって、教育数学の「数学」とは、何よりもまず、その共同体の構成員に了解可能な形態で表わされているべきものである。つまり、比喩的に述べれば、その共同体の数学言語で語られるものが“数学”であり、より厳密に述べるなら、

²⁶もちろん、素朴集合論を想定している。

²⁷本稿では、数学言語の一次と二次の類別を自然言語との関係性で捉えたが、この定式化は、もちろん、一般的な基盤言語に対しても成立する。（脚注 19 及び 24 参照。）

²⁸ここで言う「数学」は、一般的な用法では、むしろ、数学の「分野」と呼ばれているものに近い。例えば、工学で使用する「微分積分」を“工学技術者の共同体における「数学」（の一つ）”であるとか、旧制中学の教科目としての「幾何」を“中学校という共同体における「数学」（の一つ）”といったふうに捉えることを意味している。

その共同体の“数学の共用記号系”を用いて“記述”される“数学的なテキスト²⁹”の総体といったものになる。

ここで、少し言葉を補っておきたい。

上で述べた「数学」の捉え方は、数学研究者の創造的な活動の過程や成果としての「数学」といった捉え方とは異なるものである。両者の関係について、ひとこと述べておけば、そもそも、“数学の共有記号系”は、“数学”を共時的に捉えたものに基づいており、通時的には変化を蒙るものである。共同体内部で創造された「数学」は、外部から共同体にもたらされた新しい「数学」も同様だが、通時的な変化を経て、新たな共用記号系によって記述されることにより、初めて、その共同体の共有化の対象、つまりは、教育数学の「数学」となる。

2.2.7 数学の種別

我々は、第2.2.5節で数学言語の種別を考えた。また、教育数学から見た「数学」とは、しかるべき“数学言語”で記述された“数学”であった。

ここで、この“種別”を、教育数学の「数学」にまで拡張しておきたい。つまり、第一種の数学言語で記述される数学を、“第一種の数学言語をもつ数学”と呼んだり、単に、“第一種の数学”であると言ったりする。数学言語が第二種の場合も、同様である。

したがって、例えば、「ライプニッツやオイラーの微積分は第一種の数学言語をもつ」とか、「ワイエルシュトラスの微積分は第二種である」といった言い方をすることになる。

2.2.8 教育数学の可能性

教育数学にとっての「数学」とは、上述のような捉え方をした「数学」であるが、「教育数学」自身は、そうした「数学」についての、いわば、メタ理論といった趣きのものになるだろう。

こうして、個々の共同体の“数学言語”の研究や、その数学言語を用いた「数学」の“記述”は、もちろん、教育数学の第一の課題となる。こ

²⁹ここでは、“テキスト”を、記号の列として構成され、何がしかの意味内容を担うもののこととしている。コミュニケーションを強調する立場では、“メッセージ”と呼ばれることもある。

の課題は、「その共同体にとって必要な“数学”を選定する」ことや、そうして選ばれた“数学”を「その共同体の数学言語で書き直す」ことや、場合によっては、そのために「数学言語を作り直す」といった作業を含むことになるだろう。

また、それ以外にも、“数学言語”の一般的な構造について論じたり、数学言語や“数学”の通時的変化について調べるといったことも、やはり、教育数学の重要な課題と考えられる。

ここで、ひとつ強調しておきたいことは、本稿でいう「数学言語」は、あくまで、**数学シンボルと自然言語の融合系**であるということである。一般に、「数学」は、自然言語の部分が捨象され、数学シンボルの^{システム}系として、漠然とではあるが、語られることが多いように思われる。（「数学とは、数字や文字の計算！」）こうした傾向は、「数学に特有な部分」を強調するという観点からは意味が認められるが、教育（共有化）の観点からは、むしろ、悪しき捨象であろう³⁰。

人間社会との関係性から数学を見ると、大きく二つの側面が認められる。一つは、数学的（定量的）と称される種々の問題を解決するための手段という側面であり、他方は、人間の認知活動の基盤を形成するという側面である。確かに、前者の側面については、数学シンボルの使用に重点が置かれるかもしれない。しかし、後者に関しては、数学シンボルのシステムと自然言語のシステムの相互作用を通じることで、数学が、自然言語が支配する人間の認知活動に根源的な影響を与えることがわかる。

後者の側面に接近し得ること、これも、また、数学を教育との関連で捉えること、つまり教育数学の可能性の一つと言って良いかもしれない。

2.3 MLA（数学言語習得）の基本類型

2.3.1 MLA—数学言語習得

教育数学を展開するにあたり、鍵となる概念が、数学言語（数学の共有記号系）であった。人は誰でも、研究であれ、応用、鑑賞であれ、数学を用いるために、まずは“数学言語”を身につけるところから始めなけ

³⁰教育的な観点とは異なるが、例えば、ヒルベルト的なプログラムに則って数学を形式化しようとする場合も、“言語”を形式化した述語論理を併せて考察する必要がある。

ればならない。したがって、“人はどのようにして数学言語を身につけるか”という主題、つまり、「**数学言語習得** (MLA, *Mathematical Language Acquisition*)」について論じることが重要となる。

「数学言語習得」という用語は、人間の言語習得の機構について研究する「言語習得理論 (Language Acquisition Theory)」から借用したものである。「言語習得理論」は、一般に、「第一言語 (母語) 習得 (FLA, *First Language Acquisition*)」に関するものと、「第二言語 (外国語) 習得 (SLA, *Second Language Acquisition*)」に関するものに二分される³¹。

それでは、人間がある言語を“習得”するとは、どういうことを意味しているのだろうか。“数学言語”の習得は、第一言語よりは第二言語習得に類似している部分が大きいと思われるが、その「第二言語習得 (SLA)」の分野では、言語習得の目標をコミュニケーション能力 (communicative competence) を身につけることであるとする、Hymes の主張³²がよく知られている³³。また、この“コミュニケーション能力”の詳細については、「文法能力 (Grammatical competence)」、「談話能力 (Discourse competence)」、「社会言語的能力 (Sociolinguistic competence)」、「方略的能力 (Strategic competence)」から成るとする Canale と Swain の説が有名である³⁴。

2.3.2 何を習得するのか — コードとコンテキスト

“数学言語”の習得の場合は、どうなるのだろうか。数学言語の習得についても、コミュニケーション能力が問題であることは、今までの考察から明らかであろう。しかし、コミュニケーション能力を、上述のような文法・談話・社会言語能力・方略的な諸能力に見る見解は、そのまま適用するのは難しいと思われる。そこで、“言語の機能”を、コミュニケーションの要素と関連付けて考察した、ロマン・ヤコブソンの見解を参照してみたい。

³¹ Acquisition の日本語訳については、母語の場合を「獲得」、第二言語の場合を「習得」と訳し分けることもあるが、本稿では、「習得」に統一した。なお、言語習得理論については、例えば、文献 [17], [18], [21] を参照のこと。

³² Hymes, D., *On communicative competence*, In J. B. Pride and J. Holmes (Eds), *Sociolinguistics*, pp. 269 – 293, Harmondsworth : Penguin Books (1972) .

³³ コミュニケーション能力ではなく、チョムスキー的な言語能力 (linguistic competence) を習得すべき目標におく立場もある。

³⁴ Canale, M. and Swain, M., *Theoretical bases of communicative approaches to second language teaching and testing*, *Applied Linguistics*, 1, pp. 1 – 47 (1980).

ヤコブソンは、六種類の言語機能 — 主情的 (emotive)・働きかけ (conative)・詩的 (poetic)・指示的 (referential)・メタ言語的 (metalingual)・交話的 (phatic) — を数え上げ、それぞれが、コミュニケーションを構成する六つの要素である、発信者 (addresser)・受信者 (addressee)・メッセージ (message)・コンテキスト (context)・コード (code)・接触 (contact) に対応すると考えた³⁵。

言語を用いたコミュニケーションを総体的に捉えるには、このヤコブソンの分類は便利なものである。しかし、発信者・受信者・接触という要素が“個人的色彩の濃い³⁶”ものであるのに対し、何某かの伝達内容を記号の列からなる“メッセージ”に表示するための約束事としての“コード”と、そうしたメッセージの指示内容を明確化させるための“コンテキスト”という要素の方が、社会的なコミュニケーションにとって、より基本的な役割を果たしていると考えられる。

したがって、本稿では、数学言語を習得することを、数学的メッセージ (テキスト³⁷) を構成するための“コード (code)”を身につけることと、このコードに則って構成されたメッセージ (テキスト) の個々の具体的な“コンテキスト (context)”における使用のありかたを習得することと考えることにする³⁸。

なお、後者の“コンテキスト”は、一般には、無限の^{バリエーション}変異をもつ。したがって、“数学言語”の習得が、「すべての場合の習得」ではなく、「様々な変異に対応できるような基幹的な場合の習得」を意味することも、通常の言語習得と同様である。

2.3.3 教育の基本類型 — 潜在型と顕在型

言語習得理論から、もう一つ、重要な概念を借用する。

³⁵文献 [12] 所載の“*Metalanguage as a Linguistic Problem*”を参照のこと。なお、訳語については、朝妻恵理子『ロマン・ヤコブソンのコミュニケーション論』スラブ研究, No.56 (2009) を参照した。

³⁶“社会的な約束事としてのコードからの逸脱という趣きが濃厚”といっても良いかもしれない。

³⁷メッセージとテキストという用語については、脚注 29 を参照のこと。

³⁸実際上の問題として、具体的な「数学の共有記号系」を記述するとき、何がコードであり、どこからがコンテキストの解釈に関与するものなのかを明確化することは難しい。コードとコンテキストは、数学言語の習得の基盤的な部分を、ある種の恣意性をもって、人為的に区分したものと考えerほうが良いかもしれない。

言語の習得における“教え方”や“学び方”は、大きく、自然習得 (naturalistic acquisition) と教室習得 (classroom acquisition) に区分される。自然習得は、母語 (第一言語) が典型であるが、習得を目標とする言語環境における生活を通じて身につけるものである。言語習得理論では、自然習得を典型とする習得のありさまは「潜在的 (implicit)」, 教室で学ぶ外国語の習得の場合は「顕在的 (explicit)」と呼ばれる³⁹。つまり、学ぶ側 (あるいは教える側) が、学ぶ (教える) ことについて、明示化・意識化していない状況が「潜在的」であり、明示化・意識化されている状態が「顕在的」ということになる。

以下、本稿では、この“明示化・意識化の有無”による区分を一般化して、教育について、「潜在型 (implicit type)」と「顕在型 (explicit type)」の二つの類型を考えることにする⁴⁰。

なお、潜在と顕在の類型を考える「教育」(正確には、「教育の浸透化を実現する機構」) についても、様々な階層や種別が考えられる。いくつか例を挙げてみると、法制度としての“教育制度”や、“学校・教師・教材・教授法”といった「教えるための媒体」といったものは、おおむね「顕在型」といっても良いだろう。職業教育については、いわゆる“徒弟制”などは、「潜在型」であろう。あるいは、近年の職業教育で用いられる、いわゆる“OJB (On-the-Job Training)”などは、教える側にとっては「顕在型」だが、学ぶ側からみれば「潜在型」とするほうが良いかもしれない。

もちろん、顕在型とくくられる教育的な営みであっても、その内部には潜在的な部分が認められることは、その逆の場合同様、当然のことである。あくまで、潜在型と顕在型の類別は、階層と種別にもとづくものであり、さらに述べれば、ある種、理念的な概念を表す名称にすぎない。

³⁹ 教室での学習でも、規則を提示することなく、具体的な文脈の中で多くの用例に触れることで学習する方法を“潜在的”ということもある。例えば、[1] や [20] を参照のこと。なお、日本語の訳語について、“explicit”は「明示的」、 “implicit”は「黙示的」とされることも多い。

⁴⁰ 「潜在型教育」と「顕在型教育」の“教育”は、まずは「教え方 (学ぶ方)」に焦点を当てたものであるから、その意味では、「教育の浸透化機能の発現機構の類型」を考えていることになる。しかし、この「顕在型教育」は、「浸透化機能」だけではなく、教育のもう一方の機能である「顕在化機能」とも密接な関係をもつものになっている。実際、教えることを“意識”すること、端的に述べれば、「教えるべきは何か」という問いかけが、共同体の形成・維持・発展に必要な要素を明示化する重要な契機となることが観察できる。

2.3.4 数学言語習得の四類型

以上で、我々は、“数学言語”における一種と二種の区分（2.2.5節），“数学言語習得”の主要な要素としてのコードとコンテキストの区分（2.3.2節），さらに，習得方法に対する潜在型と顕在型の区分（2.3.3節）をおこなった。

最語に，こうした区分を組み合わせることで，「数学言語習得（MLA）」の類別を行いたい。つまり，一種あるいは二種の数学言語を，コードとコンテキストのそれぞれを，潜在型もしくは顕在型のいずれの型で教育するか，ということの問題としたい。

ここで，まず，我々は，第一種の数学言語の習得を目標とする場合を，用語を流用して，“**第一種**（*primary class*）の数学言語習得”，第二種の場合を“**第二種**（*secondary class*）の数学言語習得”と呼ぶことにする。

次に，コードとコンテキストの教育の型の区分を問題とすることになるが，一種の作業仮設として，一般に，数学言語の習得においては，コードの教育は常に顕在型であると想定しておく⁴¹。

こうして，諸要素の組み合わせとして得られる数学言語習得の類型は，（1）コンテキストの教育が潜在型である第一種の数学言語習得，（2）コンテキストの教育が顕在型である第一種の数学言語習得，（3）コンテキストの教育が潜在型である第二種の数学言語習得，（4）コンテキストの教育が顕在型である第二種の数学言語習得，の四通りになる。本稿では，それぞれの類型を，歴史上密接な関係をもつ事柄アイテムの名称を借用して，仮に，（1）けつじょう結縄型（Khipu Type），（2）さんけい算経型（Suan-jing Type）⁴²，（3）原論型（Stoikeia Type），（4）集成型（Syntaxis Type），と呼びたい⁴³（表1参照。）

⁴¹この仮設は，数学言語と自然言語の差異の顕われの一つと考えている。自然言語，特に母語において，“数詞”にかかわる部分の習得は，当然，“潜在的”なものであるが，これを例外的な場合として排除しておくということである。つまり，“数詞”を“記数媒体”とする“数学言語”は，自然言語に“一次的”に包含されている“変異体”とみなすことになる。これは，また，「数マテ-マティケ-学」とは意図的に学ぶ必要のあるもの」という語源を大切にすることでもある。

⁴²「さんきょう」と読むこともある。

⁴³例えば，（3）の名称の「原論」は，“エウクレイデスの原論”に由来するものであるが，「エウクレイデスの原論は原論型か？」といった質問は，正確には，意味をもたないことに注意されたい。ここで問題としている類型は，大雑把に言えば，その数学の“学び方や教え方”の類型である。そして，その成立時には標準的だったと想定される“学び方や教え方”に由来するものとして，この名称を採用した。他の類型の名称についても，同様である。

種 別 Class	数学シンボルの性格 Character of math symbols	類 型 Type	コード の教育 Education of Codes	コンテキスト の教育 Education of Contexts
第一種 Primary class	一次的 Primary	結 縄 型 Khipu Type	顕在的 Explicit	潜在的 Implicit
		算 経 型 Suan-jing Type	顕在的 Explicit	顕在的 Explicit
第二種 Secondary class	二次的 Secondary	原 論 型 Stoikeia Type	顕在的 Explicit	潜在的 Implicit
		集 成 型 Syntaxis Type	顕在的 Explicit	顕在的 Explicit

表 1: 数学言語習得 (MLA) の四類型

この節を終えるにあたり、言葉の使い方について、ひとこと述べておく。

ある「数学」を記述する数学言語の習得方法が A という類型に対応しているとき、我々は、「その数学の習得は A 型である」と言ったり、「その数学は A 型の MLA (数学言語習得) をもつ」と言ったりする。さらに、その「数学」が、学習者が習得すべきものであることが自明であるような場合は、単に、「その数学は A 型である」と言うこともある。

したがって、例えば、「藤澤利喜太郎の構想した算術は算経型の MLA をもつ」と言ったり、“幾何”が教科名であって、学習者にとって習得すべきことが自明な場合には、「旧制中学の幾何は原論型である」といった言い方をする。

2.3.5 理念型としての類型

方法論的に厳密に述べれば、“数学言語習得の四類型”は、マックス・ヴェーバーのいう理念型として構成されるべきものである。

したがって、四類型の導出に用いた諸々の類型ともども、「この分類が合目的であるかどうかは、この分類を利用して体系化の点でどれだけの収穫があげられうるかということによってのみ、証明されうる」⁴⁴ こと

⁴⁴文献 [22] の 11 ページから引用した。なお、同箇所では、引き続き、次のように述べ

になる。

なお、詳細について論じることは、別の機会を待ちたい。

3 教育数学から見た『算術條目及教授法』

藤澤利喜太郎の『算術條目及教授法』は、“算術”をめぐる様々な話題が、大変濃い密度で、しかし、必ずしも十分に整理されているとはいえない形態で、充満しており、漫然と読んでいると、しばしば自身の立ち位置を見失ってしまうかの観のある著作である。

本節では、『算術條目及教授法』の基調をなす考え方を、前節で導入した教育数学の諸類型を用いて整理することで、この著作の読解のための“座標系”を定めることを試みる。

3.1 議論の枠組の設定

本稿では、藤澤の『算術條目及教授法』の基調を、“理論流儀算術”と呼ばれる当時の算術教育における大潮流の批判^{クリティック}を通じて、日本の普通中等教育に適合し得る新しい“算術”を構成することに見る。

まず、藤澤が構想した“日本の普通中等教育に適合し得る新しい算術”を、本節における作業の便宜のための名称として、「藤澤流算術」と呼び、「理論流儀算術」と対比させることにする。

このとき、本節の議論の枠組は、この「藤澤流算術」と「理論流儀算術」が、教育数学のどの類型に適合するかを決定するというものになる⁴⁵。ただ、紙面の都合もあり、ここで扱うのは、“共同体との関係性”と“MLA（数学言語習得）との関係性”の二つの主題に限定する。

られている；こうした理念型は、「どれ一つとして、歴史上本当に「純粋な」姿で現われてこないのが常で」あり、こうした「類型学は、経験的・歴史的な研究に対して、個々の場合に」「どの点がこの類型に接近しているかを示すことができ、また、その際、かなり一義的な概念を用いて仕事をする、という利益」を提供するだけである。そして、「歴史的な全現実が以下に展開される概念図式の中に「捕捉」され得ると信ずることは、本書の考え方とは最も遠い考え方である」とされる。

⁴⁵もちろん、理念型が現実の現象に“純粋”に顕れることはないので、近似的な適合性を問題にしている。

ここで、議論の方法について、ひとこと述べておく。藤澤自身が“共同体⁴⁶”や“数学言語習得”といった概念について直接言及することはあり得ないことであるから、実際上は、いくつかの状況証拠から推論するといった作業が必要になる。その際、本来は、「藤澤流算術」と「理論流儀算術」についての十分な説明を経た後で、その特性について調べるという方法をとるべきだろうが、やはり、紙面の都合のため、付録Bの『算術條目及教授法・要約』抜粋に採録した藤澤自身の言葉を材料として、それぞれの類型について検討していくこととしたい。

3.2 共同体との関係性

最初に取り上げるのは、「藤澤流算術」と「理論流儀算術」が、どのような共同体に関係づけられているかについて、藤澤の見解を明らかにすることである。

3.2.1 普通教育と専門教育

まず、藤澤が『算術條目及教授法』を通じて構成しようとする「藤澤流算術」は、“普通教育”における一教科として位置づけられる。このことは、『算術條目及教授法』第一編の第一節と第二節に明瞭かつ詳細に述べられている。(付録B.3, B.4を参照のこと。)

それに対して、「理論流儀算術」は、どうか。藤澤によれば、「理論流儀算術」は、その出自が数学者や数学教員の養成にあり(付録B.7.1)、また、数学者や数学教師の養成教育であれば「不都合はない」ものとされる⁴⁷(付録B.7.4)。つまり、「藤澤流算術」の“普通教育”に対比させて述べれば、「理論流儀算術」は“専門教育⁴⁸”の一教科と位置づけられるべきものになる。

⁴⁶最終的には、理念的な類型としての「共同体」が問題であるが、本稿では、もう少し漠然とした解答で満足しておくことにしたい。

⁴⁷より詳しくは、「数学者養成であっても、藤澤流算術で問題はないが」という前提の下での容認である。

⁴⁸藤澤自身の言葉では、「特殊教育」である。

3.2.2 普通教育の共同体依存性

共同体への依存性という立場から、藤澤にとって、“普通教育”の基盤となる共同体とは何だろう。

この点については、藤澤の、「算術は所謂普通学科中の普通学科にして、結局何人も学はさるべからざるものなるが故に、其の教授法は国民特に青年子弟の気風に参酌するところ」が必要であり、そのため、算術に国の別があるのは「至当の事」である（付録 B.7.3）という主張に典型的に顕われているように、“日本という国”を基盤と考えるのが自然であろう。

3.2.3 共同体との関係性

以上より、“算術”と共同体との関係性についてまとめれば、(1)「藤澤流算術」が“理念的”に関係する共同体は「日本国民の共同体⁴⁹」であり、(2)「理論流儀算術」が関係するものは「数学専門家の共同体」ということになるだろう。

3.3 MLA との関係性

次に、「藤澤流算術」と「理論流儀算術」を記述するそれぞれの“数学言語”の習得が、“MLA（数学言語習得）”のいずれの類型に対応するかという主題に移ろう。

3.3.1 種別について

MLA の種別は、含まれる数学シンボルが一次的か二次的かで区別された。ここでは、“算術”における最も重要な数学シンボルである〈数⁵⁰〉の扱いについて、点検してみよう。

⁴⁹藤澤が想定していた“日本国民”とは、実際には、どのようなものだったのだろうか。付録 B.4.2 には、「金銭授受の間に於ける慣例條規中の普通日用的なるものゝ如き、有価証券、各種会社の性質の概略の如き、此れ等を何人と雖とも、苟も中等以上の社会に棲息する人の知らざるべからざる知識にして、則ち是非とも普通教育科目中に存在せざるべからざるもの」といった文章が見られる。『算術條目及教授法』だけからは明らかではないが、藤澤の生涯にわたる保険・年金といった社会保障制度や金融制度、あるいは政治制度への関心等々からは、藤澤の想定する日本社会は、西欧風の間市民層といった集団を中核とするものであったように推測される。そして、この集団こそが、「藤澤流算術」に関係する本来的な共同体と思われる。

⁵⁰正確には、自然数である。

この点について、藤澤は、「算術基礎的の観念を得ることは人間の天性中に存在するものなるが故に、算術の基礎は、厳密なる論理的証明によりて圧制的に教授すべきものにあらずして、誘導的に啓発的に会得せしむべきものなり（付録 B.6.4）」と述べているが、これは、＜数＞というシンボルの扱いにおいて、「藤澤流算術」が第一種であり、「理論流儀算術」が第二種であることの、端的な表明であると考えることができる。

実際、この引用文中の“厳密なる論理的証明によりて”算術の基礎を教授することが、理論流儀論者の行っていた、定義・公理・定理・証明といった形式で、集合の濃度的な論法や、測度論風の「量」の構成法を用いて、自然数を導出するといった方法を指している（付録 B.6.5）であろうことも、この結論の妥当性を支持する要因の一つと思える。

いずれにしろ、本節の結論として、数学言語習得に関して、「藤澤流算術」は第一種、「理論流儀算術」は第二種であることにする

3.3.2 コンテキスト教育への姿勢

藤澤流と理論流儀が、それぞれ、コンテキスト教育を顕在的と考えるか否かについて検討する。

まず、「藤澤流算術」の場合だが、算術の教育法に対する藤澤の見解は、「コンテキスト教育を通じてコードの習得を図る」といった趣旨のもの（付録 B.6.3）であり、当然、コンテキスト教育は顕在型と考えられる。

他方、「理論流儀算術」の場合は、どうか。藤澤は、“理論と応用”に関する付録 B.7.2において、「（藤澤流）算術に応用なし」と述べている。これを反面から見れば、「理論流儀算術」が本来的にはコンテキストにおける使用を意識していないことの表明と考えることができる。つまり、“理論流儀算術のコンテキスト教育が潜在的である”ことの証左の一つと思える。

こうして、コンテキスト教育について、藤澤流算術は顕在型、理論流儀算術は潜在型であることになる。

3.3.3 類型の決定

以上より、“数学言語習得”の基本類型について、「藤澤流算術」は“算経型”，「理論流儀算術」は“原論型”ということになる。（表1を参照の

こと.)

3.4 教育数学と『算術條目及教授法』

教育数学によって捉える

以上の議論を踏まえて、教育数学から『算術條目及教授法』を見れば、その著述の意図について、次のようにまとめることができる。

- 日本国民全体のなす共同体を基盤とする普通教育に適合的な“算術”が、算経型であるべきことの明示化.
- 「理論流儀算術」が、数学専門家の共同体における専門教育と適合的な原論型であることの明確化.
- 以上の結果による、「日本の普通教育」における「理論流儀算術」の不適合性の証明.
- 「日本の普通教育における算術教育」の算経型への再設計.

教育数学を豊かにする

最後に、『算術條目及教授法』から得られる教育数学への寄与について、簡単に触れておく。

この点について、まずは、算経型と原論型の、現実の文脈における実現の様相の記述例が得られることが挙げられる。さらに、藤澤自身の類型的思考も相俟ってのことだが、本稿で扱った基本四類型の部分類型や、この基本類型を決定した“数学言語・コード・コンテキスト・潜在型・顕在型”といった観点とは異なる観点からの類型化への、様々な示唆を得ることができる。

参考文献

- [1] Ellis, R., et al. : *Implicit and Explicit Knowledge in Second Language Learning, Testing and Teaching*, Multilingual Matters (2009).
- [2] 藤澤利喜太郎 『生命保険論』 東京文海堂 (1889) : 藤澤博士記念会編『藤澤博士遺文集』 上巻所収.
- [3] 藤澤利喜太郎 『算術條目及教授法』 丸善・三省堂 (1895).
- [4] 藤澤利喜太郎 『算術教科書』 上・下 大日本図書 (1896).
- [5] 藤澤利喜太郎 『数学教授法・講義筆記』 大日本図書 (1900).
- [6] 藤澤利喜太郎 『算術條目及教授法 (第二版)』 大日本図書 (1902).
- [7] 藤澤利喜太郎 『総選挙読本』 岩波書店 (1928) .
- [8] 藤澤博士記念会編 『藤澤博士遺文集』 上・中・下 東京大学理学部数学教室 藤澤博士記念会 (1934-35) .
- [9] 藤澤博士記念会編 『藤澤博士追想録』 東京大学理学部数学教室 藤澤博士記念会 (1938) .
- [10] バトラー後藤裕子 『学習言語とは何か』 三省堂 (2011).
- [11] Hjelmslev, L. : *Omkring Sprogteoriens Grundlæggelse*, Festschrift udgivet af Københavns Universitet i anledning af Universitets Aarsfest, November (1943), 3 - 113.
 [英語訳] —— : *Prolegomena to a Theory of Language*, (translated by Whitfield, F. J.) Revised English edition, Wisconsin (1961).
 [日本語訳] ルイ・イエルムスレウ 『言語理論の確立をめぐる』 (竹内孝次 訳) 岩波書店 (1985).
- [12] Jakobson, R. : *The Framework of Language*, Michigan Studies in the Humanities (1980).
 [日本語訳] —— 『言語とメタ言語』 (池上嘉彦・山中桂一 訳) 勁草書房 (1984).
- [13] 蟹江幸博, 並木雅俊 『文明開化の数学と物理』 岩波科学ライブラリー 150, 岩波書店 (2008).
- [14] 蟹江幸博, 佐波学 『教育数学序説 - 古代における教育と数学の類型 -』 三重大大学教育学部紀要, 第 61 巻, 教育科学, (2010), 187 - 218.
- [15] 蟹江幸博, 佐波学 『教育数学の方法論的基礎 (I)』 三重大大学教育学部紀要, 第 62 巻, 教育科学, (2011), 115 - 134.
- [16] 蟹江幸博, 佐波学 『教育数学の諸相 (I)』 三重大大学教育学部紀要, 第 63 巻, 教育科学, (2012), 掲載予定.

- [17] 小柳かおる『日本語教師のための新しい言語習得概論』スリーエーネットワーク (2004).
- [18] Meisel, J. M. : *First and Second Language Acquisition*, Cambridge University Press (2011).
- [19] 文部省 (編)『学制百年史』 帝国地方行政学会 (1972) .
- [20] Sanz, C., Leow, R. P. (ed.) : *Implicit and Explicit Language Learning*, Georgetown University Press, (2011).
- [21] 白畑知彦・若林茂則・村野井仁『詳説 第二言語習得研究』 研究社 (2010).
- [22] マックス・ウェーバー『支配の諸類型念』(世良晃志郎 訳) 創文社 (1970) .

付 録

A 『算術條目及教授法』の目次と條目

A.1 『算術條目及教授法』の目次

緒言

第一編 汎 論

- 第一節 普通教育中数学科の目的
- 第二節 算術科目的の特殊なること
- 第三節 英，佛，獨算術の異なること
- 第四節 代数的の事柄を算術にて解するの困難なること
- 第五節 算術中に於て整数論に深入りするの不可なること
- 第六節 英国に於ける算術と代数との區別
- 第七節 本邦に於ける算術の来歴
- 第八節 所謂理論流儀算術の本邦普通教育に不適當なること
- 第九節 所謂理論流儀算術の本邦普通教育上に於ける弊害
- 第十節 競争試験の材料として算術に重きを置く過度なる大ひに不可なること
- 第十一節 算術即ち日本算術
- 第十二節 注 意

第二編 各 論

- 第一節 算術條目
- 第二節 数学の定義を算術中より除くべきこと
- 第三節 定 義
- 第四節 数の呼び方及ひ数の書き方

- 第五節 四 則
- 第六節 諸等数
- 第七節 整数の性質
- 第八節 分数及び循環小数
- 第九節 比及び比例
- 第十節 歩合算及利息算
- 第十一節 開平，開立，不尽数
- 第十二節 省略算
- 第十三節 級数，年金
- 第十四節 求積，対数

A.2 『算術條目及教授法』の條目

藤澤が、『算術條目及教授法』第二編第一節で提案した「本邦算術條目」は，次の通りである．([3], pp.125-131.)

総 論

定義，数の呼び方或いは命数法，数の書き方或いは紀数法⁵¹

四 則

寄せ算或は加法， 引き算或は減法， 掛け算或は乘法，
割り算或は除法

諸 等 数

貨幣，度量衡・米突法，角度・時間・経緯度・温度，諸等通法，
諸等命法，諸等数の寄せ算，諸等数の引き算，諸等数の掛け算，
諸等数の割り算

整数の性質

倍数・約数，割り尽さるゝ性質，掛け算割り算の驗し，素数，
素因数，最大公約数，最小公倍数

⁵¹十進小数を含む．

分 数

分数の起原，約分，通分，分数の寄せ算，分数の引き算，
分数の掛け算，分数の割り算，小数を分数に直すこと，
分数を小数に直すこと，循環小数

比 及 比例

比，比例，連環法，混合法

歩合算 及 利息算

歩合，内割・外割，損益，口銭或は手数料，会社，株式，公債証書
保険，租税，利息或は利子，単利，複利或は重利，手形・為換，割引
支払期日，合資算，破産

開 平 開 立

開平，開立，不盡根数

省 略 算

省略寄せ算，省略引き算，省略掛け算，省略割り算，省略開平開立

級 数

等差級数或は算術級数，等比級数或は幾何級数，年金・旧公債

求 積，対 数

求積，対数，対数使用法

B 『算術條目及教授法・要約』 抜粋

B.1 『算術條目及教授法・要約』の作成について

『算術條目及教授法』について

『算術條目及教授法』の初版は、明治二十八年四月、東京製紙分社で印刷に付され、丸善株式会社書店と三省堂書店で発売された。そして、第二版は、明治三十五年六月、大日本図書株式会社から発行および発売されている。

本要約は、初版にもとづくものである。これは、第二版が初版に何箇所かの「附言」を挿入しただけのものであることと、藤澤自身が第二版の緒言で「余は本書が向後は単に算術條目及教授法とは唱へられずして、明治二十八年出版の算術條目及教授法として世に知られ後世に伝はらんことを希望するものなり」と述べていることによるものである。

要約の作成にあたって

藤澤の原著は、節分けがなされているだけであり、節内で小見出し等を用いた文章の分けはなし。したがって、本稿で与えられている小見出し、あるいは、算用数字を用いた区分は、筆者によるものである。

原著からの引用にあたっては、旧漢字は現代表記に、片仮名は平仮名に、(外来語等を表す)平仮名は片仮名に、それぞれ改めた。また、「ㄱ」といった“合略仮名(合字)”については、「コト」、「トキ」、「トモ」等、開いた形に直した。さらに、初版の誤字は、第二版に従って訂正した。

なお、原著は、文章の区切りには読点のみを使用し、文の終了時に句点が付されることはない(現在も手紙の形式に残る表記法である)が、本稿における引用に際しては、適宜句点を補った。

B.2 緒言

B.2.1 “算術教育”への関与を志した動機 [緒言の一ページから三ページ]

冒頭、藤澤は、普通教育の範囲内に立ち入って編纂や論議をする数学者が極めて少ないことを指摘し、自分も他日数学者と呼ばれることを期すものではあるがと断わった上で、「今や本書を世に公にするに当り、余が自ら素志に背き、数学者たらんと希望する者には似合はしからざる事業に幾多の心労を惜まざりし理由」について、以下のように述べる。

算術は所謂読み書き十露盤とて何人も学ばざるべからざる学科なるが故に、算術教授法の良否は其の影響するところ極めて広大なる他の数学諸学科の比にあらず、若し其れ、余が微力を此の方向に致す結果は本邦算術教授法を改良するの効能あるものならしめば、其の世を益するの大ひなる、亦以て余が素志に背くの罪を償ふてあまりあるべし（緒言の二ページ）

という思いがそれであり、また、「本邦にあつて、今日は学問上教育上創業の時代」であり、その時代に遭遇した以上、この課題に関わることは避けられないであろうと考えたともいう。

さらに、自分の「監督下にある少年子弟」が各種の学校で実際に習っている“算術”について、「其の條目教授法の混沌錯乱」している様が自身の予想を越えていることが「目撃」されたため、藤澤は、算術教育について「遂に断然講究の意を決する」こととなったという。

B.2.2 本書出版までの経緯 [緒言の三ページから六ページ]

その後、藤澤は、「本邦算術の来歴を調査し、諸外国算術教科書を参考し、各種の学校に於ける算術教授の實際を観察」した結果、算術教育について「稍々自得するところ」があったこと、さらには、現場教員の意見を求めるため、明治二十三年に開設された文部省尋常中学校教員講習会において算術科の講師を引き受けたことを述べる。

こうした努力の成果について著述することを慫慂された藤澤は、考案七年、三度稿を起こし、漸く本書を公にすることになったとし、「余の考案中には尚ほ不十分なところ」があるだろうが、「本書にして本邦算術條目教授法の原案となり、大方識者の修正を経て」これを実行することになれば、「余の幸い之に過ぎざるなし」であるとする。

B.2.3 “算術”の教育課程における位置 [緒言の六ページから七ページ]

続いて、本書の考察の対象である“算術”の教育課程における位置づけが示される。そこで、本書でいう“算術”は、「尋常中学校程度に於ける算術」のことであると明示される。

その上で、それ以前の（小学校程度の）“算術初歩”や、その後続く“代数初歩”についても所見が示され、改良考案の公開について他日を期したい旨が述べられる。

B.2.4 “算術”担当教員の重要性 [緒言の七ページから八ページ]

最後に、読者として想定される数学教員其の他数学に縁故のある者の外の、「各種学校長、教育家」といった人に対し、現場で教育を担当する教員の選び方についての希望が述べられる。

藤澤によれば、「初等数学科に就きて論するときは、教員伎倆を要する余地範囲は算術に於て最も広く代数幾何等に於ては比較的狭隘」であり、「初等数学科全体を通して、之を教授する最も困難なるは算術なり」という。したがって、算術の教員には「得らるゝ限り最も老練にして最も多く学識を有する人」を選ぶべきであるとする。

そして、最後に、

條目教授法は死物なり、仮令へ余の考案は完全無欠なりとするも、之を実行するに当り、教員其の人を得ざるときは、空しく無用のものとなるを免れざるべし（緒言の八ページ）

という注意が促されることになる

B.3 第一編・第一節 普通教育中数学科の目的

藤澤は、“普通教育”における数学科として、算術、代数、幾何、三角法の四科目があるとし、これらを“初等数学”と総称することを述べる。その上で、藤澤は、次のように説く。

数学の學術に、技芸に、軍事に、航海術に、工業に必要なるは今更に事珍しく述ぶるまでもなし、… 故に極端の論者は往々

社会の進歩なるものは…次第に数学的に進化することとなり
と解釈するに至る、則ち初等数学が普通教育の一大部分を占
領するものは、将来数学を要する職業に従事せんとする者に、
予備の知識を与ふるが為めなることは勿論なり、然れども此
れは寧ろ直接の利益にして、間接の効能は更に一層大ひなる
ものあり、…一言以て之を覆えは、其の脳髓を鍛錬するの効
能ある、宛も筋骨運動の体育に於けるが如し (pp.. 1 – 2) .

こうして、藤澤は、初等数学科の教育目的を、次の二点にまとめる。

第一 階梯予備の数学知識を与ふること

第二 数学思想を養成すること則ち精神的鍛錬

続けて、藤澤は、「此の二つの目的は、其の性質相ひ異なるに関わらず、
教授法其の宜しきを得るときは、吾人同時に之を達することを得べし」と
主張する。そして、ここにこそ「普通教育上に於ける数学科の特色」が
あるとする。

この主張から、二つの目的のうちの一方が達成されれば他方も満たさ
れることになり、したがって、また、将来数学を要する者が部分的であ
る以上、優先されるべきは二番目の目的であることが導かれる。つまり、
「初等数学科教授の目的は、精神的鍛錬にあり」ということになる。

B.4 第一編・第二節 算術科目的の特殊なること

B.4.1 “算術科”の目的 [pp..3 – 5]

藤澤は、この節で、“算術科”の目的が特殊であることを説く。

初等数学全体の目的は、先に述べた「精神的鍛錬」であるとしても、“算
術”については「大ひに事情の異なるもの」があるとされる。

算術教授の目的中には、亦精神的鍛錬を包含すること勿論な
り、されど、精神的鍛錬を外にして、算術教授の一大目的あ
り、世俗に所謂読み書き十露盤の十露盤にして、即ち日用計
算に習熟せしめ、併せて生業上有益なる知識を与ふるにあり
(p. 4) .

こうして、「算術教授の目的を細別」すれば、次のようになるという。

日用計算に習熟すること

生業上有益なる知識を与ふること

日用計算に習熟せしむる間に於ける精神的鍛錬

多少数理を交へ、依て以て数学思想を養成する間に於ける精神的鍛錬

代数を学ぶ階梯予備を供すること

B.4.2 第二の目的：生産上有益な知識 [pp.7-8]

この後、藤澤は、彼の主たる批判対象である“理論流儀派の主張”を念頭に置きながら、上述の五個の“細別された目的”について、順次、所見を述べていくが、この抜粋では、二番目に関する見解のみを取り上げる。

二番目の目的である「生業上有益なる知識を与ふること」について、藤澤は、次のように述べている。

生業上有益なる知識を与ふること、例へば、度量衡制度の如き、金銭授受の間に於ける慣例條規中の普通日用的なるものゝ如き、有価証券、各種会社の性質の概略の如き、此れ等を何人と雖とも、苟も中等以上の社会に棲息する人の知らざるべからざる知識にして、則ち是非とも普通教育科目中に存在せざるべからざるものなり、然れども今普通教育の科目を通覧するに、算術を外にして此れ等の事項を容るゝに適當なる科目なし (pp. 7-8)。

さらには、これらの“知識”は、日用計算に「最も直接の関係を有する」ものであるから、これを算術で扱うのは、単に便利であるだけではないとされ、「此れ等の知識を伴ふなきとき」は、日用計算も「空しく迂遠のもの」となってしまうであろうことが述べられる。

B.4.3 “目的”の優先順序 [p.11]

“五ヶ條の算術教授の目的”についての説明を終えた藤澤は、最後に、こうした目的の優先順序については諸説あることを述べ、「今日算術教授法の区々錯雑なる」ことの原因を、この点に求める。そして、「算術條目

を確定し、之れが教授法を立案する」には、第一にこの点を決定することが必要だと説く。

B.5 第一編・第七節 本邦に於ける算術の来歴

この節では、日本の教育課程における“算術”の位置づけの、歴史的な経緯の説明がなされる。

B.5.1 和算の影響 [p.44]

冒頭に、“和算”の影響に触れた上で、日本の算術は、西洋の算術を移入したものであることが述べられる。

旧来の和算が本邦算術の発達上鮮少なからざる影響を与へしこと疑ふべくもあらず…(その影響は)間接にして、例へば、西洋の算術を本邦に伝へしことに就きては、多少和算を心得たる者と与かつて大ひに力ありしと云ふが如きものならん乎、されば、本邦現時の算術は西洋より輸入し来りたる算術を本邦教育の状態に適合する様に改造せしものと看做すも大ひなる誤りなかるべし。

B.5.2 維新前の状況 [p.44]

算術が、洋算諸学科と共に「蘭書及び支那の訳書」によって日本に伝えられたことが述べられる。

ただ、その位置づけは、「長崎時代静岡時代にあつては、洋算は洋算として存在し、僅に篤志の士」だけが学んだものであり、「普通教育中の所謂読み書き十露盤の十露盤は、尚ほ旧に依り、和算を用ゐ」ていたとされる。

B.5.3 明治初期の算術事情 [pp.44-49]

明治七・八年頃の状況が、当時中等教育を受けていた藤澤自身の回想を交えながら概観される。

まず、この頃の算術教育は、多く「原書」を教科書にして、あるいは「洋算例題と称する算術問題集」が用いられていたことが述べらる。そして、当時の教科書の代表例として米国出版の算術書が何冊か挙げられ、その内容についての紹介がなされる。

次に、こうした原書の算術書が明治十年前後に流行した後で、その“不完全な訳書”が流布するようになったことが示される。なお、そうした「訳書の不完全」である理由は、次のように説明される。

訳書の不完全なるは、訳者其の人の罪にあらずして…算術の一大目的は日用計算に習熟せしめ併せて生業上有益なる知識を与ふるにあり、原書の価値は実に焉にありて存す、然れども其の価値あるは、米国人の為めに価値あるの謂にして、之れを邦語に訳するときは、折角の価値を失ふところ少なからず…されば、訳書の宛も原書の肉を剥ぎて其の骨を取りたるが如き趣きあるは、時勢の然らしむるところ、亦是非もなき次第なり (pp.. 48 – 49)。

B.5.4 理論流儀算術の登場 [pp..55–56]

やがて、算術の教科書は、先に述べた“不完全なる反訳算術書”によって“原書”が駆逐されたとされる。

そして、その結果、「算術中最も貴重なる解析説明を疎んじ、荐りに無味乾燥なる問題の答数を器械的に求むるの悪風⁵²」が生じてくる。

さらに、「各種の学校に入らんとする青年子弟が次第に増加」する時代状況のなか、「従来は合格試験たりし入学試験は、一変して、撰抜試験即ち淘汰試験」となり、「初等数学科は淘汰試験に恰好なる学科にして、算術は初等学科の初位を占むるが故に」、結果として、「無益にむづかしくも亦宛も人を陷穽に嵌め込むが如き趣きある卑劣なる問題の跋扈するを馴致せり」という状態になったという。また、別の問題点として、「教員養成は学校設備に比して長年月を要」するため、「適当なる教員の欠乏」が生じるようになったことが指摘される。

こうした種々の原因が“相輻湊”した結果、

⁵²第八節において「所謂三千題流と称する流行病」と呼ばれる風潮のこと。

本邦算術教授上、予しめ期せざるの弊害を醸生し、明治十八九年の頃に至りては殆んど其の極端に達し、心ある者をして算術教授法の改良を念はしめたり、然れども之れを改良する、如何なる方法に頼るべき乎、其の策を案して未だ得ず、會々天の一方より一陣の魔風地を捲ひて来り・・・所謂理論流儀の算術なり、所謂理論流儀の算術は救世主的の容貌を以て四方を睥睨せり、所謂理論流儀の算術は少なくとも二十余年の過去を有する本邦算術を蹂躪して殆んど転覆せしめんとせり (p. 56)

ということになったのだという。

B.6 第一編・第八節 所謂理論流儀算術の本邦普通教育に不適當なること

本節と次節において、藤澤は、前節の最後に登場した“理論流算術”について論難する。

B.6.1 理論流儀算術の源流 [pp.57-59]

まず、理論流儀算術が「明治廿年の頃に東北地方に流行し初じめ、其の後ち教育の中心たる東京に伝播」したものであることが述べられる。そして、「所謂理論流儀なるもの絶對的に悪しきもの」ではないが、理論流儀算術は「其の源を佛算術に発し」ており、前節までに種々述べてきた問題点を有しており、したがって、また、「所謂三千題流と称する流行病に罹」っていた当時の算術を匡するには不適當であり、かえって病を重くしてしまうのだとされる。

次いで、藤澤は、「所謂理論流儀論者の主張する重もなる要点」として三点（“理論”の輕視に関すること、生徒の発達段階に関すること、学説による時間の節約に関すること）を挙げ、「其の根拠の曖昧にして而かも不都合」であることを説いていくのだが、本抜粋では、三番目の要点に関する一部のみを取り上げる。

B.6.2 第三の要点：学説による時間の節約 [p.63]

理論流論者の主張の第三の要点は、次のようになるという。

問題の数を多くすれば勢ひ長年月を費やさざるべからず、而して算術の活用は固より無窮なり、設令へ数千題を解き尽すも際限あることなし、寧ろ簡単なる学説を根拠とし、之れに依って如何なる問題をも解くことを得るの基礎を作るべし (p. 63)。

この主張に対する藤澤の反論は、複数の論法を援用するものになっているが、以下に、その一部のみ抜粋しておく。

B.6.3 算術の問題の性質 [pp..63–64]

藤澤は、「算術の活用が多岐に渉るため問題の数が多く必要」であるという理論流儀論者の考え方に対して、それは「算術に於ける問題の性質」の誤解に由来するものであるとし、次のように説く。

算術に於ける元来の道行きは二三の模範的問題を解き、其の解法を些細に吟味し、之れに拠て法則を立て、其の法則によりて各種の問題を解くものとす、故に小学校以上の学校に於て算術を教ゆるには必しも問題数の多きを要せず、只問題の模範的なるを要す、又問題を解するに際しては、器械的に答数のみを得るを唯一の目的とすべからず、… 運算の道行きを理会せしむること則ち解析の肝要なること多言を要せざるべし (pp.. 63 – 64) 。

B.6.4 「簡単」の困難さ [pp..64–65]

理論流儀論者の主張における「簡単なる学説を根拠」にするのが良いという主張に対し、藤澤は、「簡単なるは則ち其の困難なる所以」であるとする。

この論点に関して、藤澤は、まず、「数学全体を通して最も簡単なるは公理なるべし」として、“公理”について論じる。藤澤によれば、公理とは「余り簡単に過ぎて到底証明すること能はざる定理」のことであり、強いて証明しようとするれば、「幽微なる哲学的議論」に涉ってしまい、その

困難は名状しがたいものになるという。また、「総て簡単なる事柄は之れを証明すること甚困難」なものであり、もし算術に“理論”があるのなら、それは“簡単”なものであろうから、やはり証明は困難であろうとされる。

その上で、“算術の基礎”についての藤澤の見解が、次のように表明される。

算術基礎的の観念を得ることは人間の天性中に存在するものなるが故に、算術の基礎は、厳密なる論理的証明によりて圧制的に教授すべきものにあらずして、誘導的に啓発的に会得せしむべきものなり (p. 65)。

なお、こうした「算術の基礎的観念」を与えるのが小学校の算術の大きな目的であり、「小学校以上の算術に於て此れ等の事に就き余り面倒なることを述べ立つる」ときは、小学校で得た正しい観念が惑乱してしまう心配があるから、慎まなければならないと述べている。

B.6.5 数と量の定義 [pp.65–68]

次に、藤澤が問題にするのは、「通例算術書の発端に」掲げられているという、

「数の観念は同じ種類の物聚れるより起るものなり」

「量とは増減できるものを云ふ」

という言明である。

藤澤は、前者の言明は「数の定義」ではないことを、ドイツの“リップシツ (Lipschitz)” “クロヲネツケル (Kronecker)”，イギリスの“スポツチスウッド (Spottiswood)” の説くところを引用して示し、また、後者の言明は量の定義として不十分であるとする。

そして、「人間社会にあって、儀式なるもの、一見無益なるが如きも、竟に無益ならざるが如く、算術の首しめに於て、儀式的に、数の観念、量の定義を掲ぐるは批難すべきことにあらず」としながらも、「此れ等の事柄を論弁して深きに入るは大ひに不可なり」とし、「此れ等の事柄に立ち入る較々深からんとするの傾向」があるとして、理論流儀算術の不適當さを指摘する。

B.6.6 算術の理論とは何か [pp..72–73]

次に、藤澤は、これまで“理論流儀算術”の名前の由来である「算術の理論」とは何かを「詳らかにせず」に「批評」していたことを反省してみせる。そして、あらためて「所謂算術の理論」の説明を試み、これは、

- 第一 到底説明することの出来ぬ算術基礎的の観念を論せんとする傾向
- 第二 到底証明すること能はざる若しくは証明すること非常に困難なる事柄を証明せんとすること
- 第三 元来代数に於て論すべき事柄を無理に算術中に入れんとすること

の三点を「総括」したものであるとする。

そして、理論流論者の云う「簡単なる学説」も「此の辺に存在するものと看做して大ひなる誤りなかるへし」とし、あらためて、

所謂算術の理論なるもの、絶対的に論するときは、至極結構なるものならん、然れども善悪と適否とは勿論別問題にして、所謂理論流儀の算術は普通教育上不適當にして而かも不都合なるものなり (p. 73)

と結論する。

B.6.7 理論流儀算術への評言 [pp..80–81]

節を閉じるにあたって、藤澤は、理論流儀算術に対する評言に相応しいものとして、“Pestalozzi”の算術教授法の失敗を評した“Unger”の次の評言を引用する。その失敗の理由とは、

執拗なること、段階的なること、欠漏なきこと、に偏頗ならんが為めに、簡単なること、容易きこと、明瞭なること、を犠牲に供するを顧みざりしが故なり (p. 81).

B.7 第一編・第九節 所謂理論流儀算術の本邦普通教育上に於ける弊害

B.7.1 理論流儀論者の初志 [pp..81–82]

藤澤は、「理論流儀を主張せる重なる人の意志」を付度して、元来は「理論流儀の算術を以て数学者⁵³を養成するを目的とする特殊教育の材料と為」そうとしたものだろうとする⁵⁴。そして、仮に「普通教育中に採用」するにしても、「其の難渋なる部分を簡単にし、特に其の整数論に深入りする部分を省略」して、その後に普通の算術と併せて教えるつもりであつただろうと述べる。

それが、「末流の輩に至つて」、深く考えることもせず、「普通教育と数学者を養成⁵⁵するを目的とする特殊教育との区別を無視」した結果として、理論流儀算術が「本邦普通教育上不可思議な害毒を流布」するようになったとし、遺憾の意を表する。

そして、この後、藤澤は、節題である“理論流儀算術の弊害”の様々なについて述べていくのだが、ここでは、弊害についての直接の論述に限らず、藤澤の算術に関する見解のいくつかを抜粋しておく。

B.7.2 理論と応用 [pp..84–86]

藤澤によれば、理論流儀算術は、三千題流の弊害が極まった時期に登場し、「短かき年月の間に、数学教員を養成するを目的とする特殊の教育を捲巻し、進んで普通教育領を蚕食し」、「遂に小学校教育内にまで闖入するに」至ったが、その勢いがあまりに盛んなため、「衷心理論なるものゝ不都合なるを知る人」も、「之れを明言するを憚か」ったため、「理論応用と云ふ様なる曖昧主義の下に一時の弥縫策」が登場するようになったという。

ここで、藤澤は、この「理論と応用」ということについて論じる。

⁵³原書の p.84 における同趣旨の文章では、“数学者”ではなく、“数学教員”とされている。藤澤は、この文脈では、数学者と数学教員を区別していなかったと思われる。

⁵⁴“理論流儀算術”の代表的な教科書を著わした寺尾寿は、教員養成を目的の一つとする東京物理学校で使った題材にもとづき、この教科書を編んだとされる。

⁵⁵第二版で“養生”を“養成”に訂正。

藤澤の主張は、「算術以外の数学緒科は何れも理論応用と云ふ様な順序を備えている」ことを例を挙げて示した上で、算術は「前に述べたる如く」異なっているというもので、詳しくは、次の通りである。

算術に於ては・・・最初に模範的問題を解き、之によりて法則を立て、其の法則に依りて他の問題を解き、その間を縫ふに日用的実用知識を以てするものなるが故に、理論と称すべきものなり、従つて応用と称すべきものなし、則ち始終相聯繫して一つの全体を為るものなり (p. 86).

B.7.3 “算術”が国によって異なること [pp.88-89]

「純粹の学理」である代数や幾何は「国によって異なること」はないが、算術の場合は事情が異なり、「算術の一部分なる計算の方法に至つては国によりて異なるなきは勿論なれど、算術中には亦国によりて異なるべき性質の元素を含蔵する」ものである。藤澤は、このように主張する。その原因について、次のように述べられる。

算術中に於て、実地の計算に随伴する日用知識の重要な、敢て計算其のものに譲らず、而して此の日用知識は国々よりて異なれり算術の国によりて異なる一源因は焉にありて存す、その他算術と代数との境界、算術と代数との折り重さなる部分の大小、整数論に立ち入るの深淺は原来任意に定むべきものにして、随かつて算術の国別上に影響するところ鮮なからず、又算術は所謂普通学科中の普通学科にして、結局何人も学はさるべからざるものなるが故に、其の教授法は国民特に青年子弟の氣風に参酌するところなかるべからず (p. 89).

したがって、算術に国の別があるのは「至当の事」であり、「本邦には本邦の算術」があるべきである。代数や幾何については、「外国の書物を直訳して之れを本邦の教科書に充てるも強いて大ひなる不都合」はないが、算術の場合はそうではない。このように述べた藤澤は、次のように結論する。

算術は必ずや日本算術ならざるべからざるなり (p. 89).

B.7.4 専門教育における“算術” [pp..93–95]

この節の最後に、藤澤は、本書の範囲外ではあるがとしながら、普通教育ではなく、“数学的特殊教育”の立場から“理論流儀算術”について論じる。ここで問題とされるのは、「理論流儀算術は数学者を養成するを目的とする特殊の教育に適するものなりや否や」を問うものである。

この問いに対し、藤澤は、まず、“数学の学習”がどのような過程であるかということ、次のような比喻を用いて説明する。

数学を学ぶは宛も地理を探検するか如し、濠あり柵あり、流水の屈曲せるあり、森林の繁茂せるあり、吾人の足跡は到底全土を覆ふ能はざるなり、然れとも一段高きところに登り、俯して下を瞰みるときは全体の地理を知る敢て難事にあらざるべし、数学に於ける少々之れに類するものあり、一通り算術を修め進んで代数を学びたる後ち、立ち戻つて算術を見るときは、前日の疑團はいつしか消へて跡なくなりたるを発見することあるべし (p. 94).

こうして、この問題に対する藤澤の答えは、「この視点より観察するときには数学的特殊の教育にあつても尚ほ且つ普通の算術にて事足れり」となる。なお、「数学者たらんと志望する者」は、「困難なる理論流儀の算術を課するも敢て不都合なかるべし」とし、「余輩も亦総ての場合に通して理論流儀の算術を排斥することを固執するものにあらざるなり」と結ばれる。

B.8 第二編・第二節 数学の定義を算術中より除くべきこと

B.8.1 “数学の定義” [pp..132–133]

藤澤は、ここで、“数学の定義”について問題にする。まず、「算術以外の数学科、代数、幾何、解析、微積分等の数学書」で「数学の定義を掲げたる」ものはないが、算術書の中にはあることが述べられる⁵⁶。

次いで、藤澤は、その“定義”とは、「多少用語の相異あれど」、「先づ量とは増減し得るものなりと前へ置きしたる後ち、数学は量のことを論

⁵⁶ 欧米の算術書の翻訳に由来するもので、当時の教科書類における通例となっていた。

する学問なり、と云ふものの如し」であるとし、「此れは誤りにして数学は量のことを論する学問にあらざるなり」ことについて説明していく旨を述べる。

そして、この後、藤澤は、この主題について種々述べていくのだが、ここでは、藤澤の“数と量”に関する見解のいくつかを抜粋しておきたい。

B.8.2 “数の観念”について [pp..133–136]

ここで、藤澤は、「数の観念は経験に由来するものなりや否やと云ふ」ことについて「講究」するという。そして、ケーレー (Cayley) の講演等々を引用し、次のように述べる。

数の観念の由来するところ如何に係はらず、数の観念は、宛も時、空間の観念の如く、実物界を離れ量とは独立に存在するものなり、而して数学中、算術、代数、整数論、微積分、函数論等は数を論する学問なり (p. 135)。

さらに、「数の本源は整数にあり、分数、不尽数⁵⁷は整数より出でたるものにして、整数、分数、不尽数を推し擴めて得たるものは負数及び複素数なり、即ち広き意味に於ける数とは整数、分数、不尽数、負数、複素数を包含したるものゝ謂なり」と述べ、「算術、代数、整数論、微積分、函数論等」において論じるものは「此の外に出でざるなり」とする。

そして、数学書の中には、しばしば「量 (Quantity) と云ふ辞を見ることあり、然れども此の量とあるは、推し擴めたる意味に於ける数の意なり」と述べる。

B.8.3 “数は数なり”主義 [pp..139–140]

「数の観念は外界を離れて存在するもの」であるという主張を「普通教育に応用」するものとして、ドイツの“数は数なり主義 (Zahlprincip)”の紹介が以下の通りなされる。

此の主義に拠るときは、最初小学生徒に算術を教ゆるには、果実、貝殻類、通用貨幣等の実物を媒介とし、簡単なる数の観念

⁵⁷今で言う「無理数」のこと。

を発達せしめ、簡単なる計算に習熟せしむる全く臨機の方
便にして、其の必要なるは勿論言ふまでもなきことながら、余
り過度に此の方便を利用するときは、方便は方便たるの実を
失ひ、生徒は不思議の誤解に陥るものなるが故に、此の事
は適當の程度に止め、其の後ちは、実物を離れたる数の觀念を
基礎として、計算の方法を教授すべしと云ふにあり (p. 139).

B.9 第二編・第三節 定 義

B.9.1 算術の定義 [pp..143–144]

藤澤は、本節を、「算術の首じめに算術の定義を掲ぐるは如何」という
問いから始める。

藤澤によれば、「少なからざる算術書は、其の冒頭に於て予め極めて簡
単に整数の觀念を略叙」した後で「算術とは数の学問なり」と定義して
いるが、「此の定義は先ず無難なりと評して不可なかるべし」とされる。た
だ、「強いて此の定義の欠点を求め」れば、「算術の一大要素たる所謂生業
上有益なる智識の此の定義中に含まれ居らざること」が挙げられるとし
ている。

もっとも、算術の冒頭に算術の定義を掲げることについて、「著者の嗜
好を問ふ人あらば」、「全く之を省かんと欲するの意を表白」するとも述
べられている (p.145)。

以下では、藤澤の、“算術書の中の扱い”という文脈における“数と量”
に関する所見を抜粋しておく。

B.9.2 “名数”計算の具体例 [pp..147–149]

まず、藤澤は、次のような計算の具体例を挙げて、“名数⁵⁸”について
説明をする。

⁵⁸いわゆる“単位つきの数”のこと。

計算の直接の目的は数にあり例へは

金貳拾壹円を七人に分配するとき各の所得如何

と云ふ問題の解法を吟味するに、最初は問題より貳拾壹なる数と七なる数とを抽き出し、七を以て貳拾壹を割りて参なる商を得、此の七を以て貳拾壹を割ると云ふ運算を為す間は、七は数なり、貳拾壹も又数なり、吾人は此の七、此の貳拾壹の如何なるところより出て来たるを想ふを要せず、商として顕はれ出てたる参も又数なり、既に参なる数を得たる後ち、再び題意に遡り、此の参は一人に付き参円と云ふことを表はすものなりと解釈し、以て答へとす、是れは此の問題を解く分析の手順なるべし、然れとも習熟の結果として、實際此れ等の思想は瞬時に相次し殆んど同時に浮び出づるものなるが故に、吾人は上の如き迂遠なる本道によらずして、直ちに貳拾壹円を七人で割りて一人に付参円なる答へを得るは、捷徑なる間道を行くものなり、後ちの解法は、数学の窮屈なる解釈に照らすときは、少々不穩当なるに係はらず、算術の活用上最も能く実地實際に適合するものなり、名数と云ふ考へは此の辺より出てたるものにして、貳拾壹円、七人、参円は名数なり (pp.. 148 - 149).

そして、“名数”というものをこのように捉えれば、「名数なる考へは変則的、便利的、方便的性質」を有しており、「其の数学の窮屈なる解釈に執拗なる人には如何にも曖昧に見ゆる」ことは無理もないことだと述べている。

B.9.3 “量と単位と数”の関係 [pp..150-151]

ここで、藤澤は、名数との関係で、“量と単位”の話題を次のようにとりあげる。

充分の学力に拠り、独立の見識を樹て、而して名数と云ふ考へに対して不満を懐く人は、名数を全廃すると同時に、量と単位とを詳説することとせり (p. 150).

そして、この“量と単位”と“数”を説く方法には、二つの種類があるとする。

一つは最初に数を説き、別に量、単位を説くものにして、一つは量、単位を説きたる後ち、爰に初めて数とは単位の量中に含まるゝ箇数なりと説くものなり (p. 150).

藤澤は、「前者に対しては毛頭異存なし」とするが、「後者に対しては大ひに異存なき能はずなり」と述べ、「数は果たして量と単位とより出づるものゝみなる乎、数の觀念は果して経験より来るものなりや否や」と反問する。そして、藤澤自身の見解として、「設へ数の觀念は原来経験より出でたるものとするも、尚ほ吾人は、抽象概括の結果として、数の抽象的主觀的觀念を有す」等々と述べられる。